Chapter 14 Statics

Exercise 14.1

Q1. विधार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अन्तर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए | प्रति घर पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए |

पौधों की संख्या	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों ?

हल :

वर्ग चिन्ह (xi) = $\frac{\text{ऊँच सीमा + निम्न सीमा}}{2}$

fixi = (fi) × (xi) ⇒ 1 × 1 = 1

पौधों की संख्या C- I	घरों की संख्या (fi)	x_i	fixi
0 - 2	1	1	1
2 - 4	2	3	6
4 - 6	1	5	5
6 - 8	5	7	35
8 - 10	6	9	54
10 - 12	2	11	22
12 - 14	3	13	39
Total	$\sum fi = 20$		$\sum fixi = 162$

माध्य $(\bar{X}) = \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{162}{20} = 8.1$

अत: प्रति घर पौधों की संख्या = 8.1

माध्य ज्ञात करने के लिए हम यहाँ प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग करेंगे क्योंकि आँकड़े बहुत ही छोटे हैं |

Q2. किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों मज़दूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिए :

दैनिक मज़दूरी (रुपयों में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मज़दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : प्रत्येक अंतराल के लिए वर्ग-चिन्ह को इस सूत्र से ज्ञात करेंगे

वर्ग चिन्ह (xi) = $\frac{\text{ऊँच सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

कल्पित माध्य विधि से

जहाँ कल्पित माध्य a = 150 है।

दैनिकमजदूरी (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
100 - 120	12	110	110 - 150 = - 40	- 480
120 - 140	14	130	130 - 150 = - 20	- 280
140 - 160	8	a =150	150 - 150 = 0	0
160 - 180	6	170	170 - 150 = 20	120
180 - 200	10	190	190 - 150 = 40	400
कुल (Total)	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i d_i = -240$

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i$ = - 480 + - 280 + 0 + 120 + 400 = - 760 + 520 = - 240

Σf_i = 50 और a = 150

माध्य ($\bar{X}$) = $a + \frac{\Sigma fixi}{\Sigma fi}$

$= 150 + \frac{-240}{50}$

$= 150 + \frac{-24}{5}$

= 150 + (- 4.8)

= 145.2

Q3. निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेब खर्च दर्शाता है | माध्य जेब खर्च 18 रू है | लुप्त बारंबारता f ज्ञात कीजिए :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल :

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	बच्चों की संख्या	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
11 - 13	7	12	12 - 18 = - 6	- 42
13 - 15	6	14	14 - 18 = - 4	- 24
15 - 17	9	16	16 - 18= - 2	- 18
17 - 19	13	a = 18	18 - 18 = 0	0
19 - 21	f	20	20 - 18 = 2	2f
21 - 23	5	22	22 - 18 = 4	20
23 - 25	4	24	24 - 18 = 6	24
कुल (Total)	$\Sigma f_i = 44 + f$			2f - 40

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i = 2f - 40$, $\Sigma f_i = 44 + f$ और $a = 18$,

माध्य जेब खर्च $(\bar{X})$ = ₹ 18

माध्य $(\bar{X}) = a + \dfrac{\sum fixi}{\sum fi}$

$$18 = 18 + \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$18 - 18 = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\frac{0}{1} = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$2f - 40 = 0$$

$$2f = 40$$

$$f = \frac{40}{2} = 20$$

$$f = 20$$

अत: लुप्त बारंबारता 20 है |

Q4. किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पंदन (beat) की प्रति मिनट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई | एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	65-68	68-71	71-74	74-77	77-80	80-83	83-86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

हल :

हृदय स्पंदन की प्रति मिनट संख्या	महिलाओं की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
65 - 68	2	66.5	– 9	– 18
68 - 71	4	69.5	– 6	– 24
71 - 74	3	72.5	– 3	– 9
74 - 77	8	a = 75.5	0	0
77 - 80	7	78.5	3	21
80 - 83	4	81.5	6	24
83 - 86	2	84.5	9	18
Total	$\Sigma f_i = 30$			12

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i = 12$, $\Sigma f_i = 30$ और $a = 75.5$,

माध्य $(\overline{X}) = a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= 75.5 + \frac{12}{30}$

$= 75.5 + \frac{4}{10}$

$= 75.5 + 0.4$

$= 75.9$

अत: महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनट माध्य संख्या = 75.9 है |

Q5. किसी फुटकर बाज़ार में, फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहें थे | इन पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न - भिन्न थी | पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का बंटन निम्नलिखित था :

आमों की संख्या	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए | आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है ?

हल : दी गयी श्रृखला समावेशी (inclusive) है जहाँ वर्ग-अंतरालों में 1 का अंतर है | अत: दी गयी श्रृंखला को अपवर्जी (exclusive) श्रृंखला में बदलेंगे |

53 – 52 = 1

अत: $\frac{1}{2}$ = 0.5 और अब निम्न सीमा में से 0.5 घटाने और उच्च सीमा में 0.5 जोड़ने पर :

आमों की संख्या	पेटियों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{di}{h}, h = 3$	$f_i d_i$
49.5 - 52.5	15	51	– 6	$\frac{-6}{3} = -2$	– 30
52.5 - 55.5	110	54	– 3	$\frac{-3}{3} = -1$	– 110
55.5 - 58.5	135	a = 57	0	$\frac{0}{3} = 0$	0
58.5 - 61.5	115	60	3	$\frac{3}{3} = 1$	115
61.5 - 64.5	25	63	6	$\frac{6}{3} = 2$	50
Total	400				25

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma fiui = 25, \Sigma fi = 400, h = 3, a = 57$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य ($\bar{X}$) = $a + \left(\frac{\sum fiui}{\sum fi}\right) \times h$

$= 57 + \left(\frac{25}{400}\right) \times 3$

$= 57 + \left(\frac{1}{16}\right) \times 3$

$= 57 + \left(\frac{3}{16}\right)$

$= 57 + 0.1875$

$= 57.1875$ या 57.19

आमों की माध्य संख्या = 57.19

Q6. निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है

दैनिक व्यय (रुपयों में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए |

हल :

दैनिक व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{di}{h}$, $h = 50$	$f_i d_i$
100 - 150	4	125	– 100	$\frac{-100}{50} = -2$	– 8
150 - 200	5	175	– 50	$\frac{-50}{50} = -1$	– 5
200 - 300	12	a = 225	0	$\frac{0}{50} = 0$	0
300 - 350	2	275	50	$\frac{50}{50} = 1$	2
350 - 400	2	325	100	$\frac{100}{50} = 2$	4
Total	25				– 7

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma fiui = -7, \Sigma fi = 25, h = 50, a = 225$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\sum fiui}{\sum fi}\right) \times h$

$= 225 + \left(\frac{-7}{25}\right) \times 50$

$= 225 + (-14)$

$= 211$

भोजन पर हुआ माध्य व्यय = ₹ 211

Q7. वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO) की सान्द्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के मोहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गये, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है :

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता
0.00 - 0.04	4
0.04 - 0.08	9
0.08 - 0.12	9
0.12 - 0.16	2
0.16 - 0.20	4
0.20 - 0.24	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य ज्ञात कीजिए |

हल :

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$, $h = 0.04$	$f_i d_i$
0.00 – 0.04	4	0.02	– 0.12	$\frac{-0.12}{0.04} = -3$	– 12
0.04 – 0.08	9	0.06	– 0.08	$\frac{-0.08}{0.04} = -2$	– 18
0.08 – 0.12	9	0.10	– 0.04	$\frac{-0.04}{0.04} = -1$	– 9
0.12 – 0.16	2	a = 0.14	0	0	0
0.16 – 0.20	4	0.18	0.04	$\frac{0.04}{0.04} = 1$	4
0.20 – 0.24	2	0.22	0.08	$\frac{0.08}{0.04} = 2$	4
Total	30				– 31

atpeducation.com

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma f_i u_i = -31$, $\Sigma f_i = 30$, $h = 0.04$, $a = 0.14$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\sum fiui}{\sum fi}\right) \times h$

$= 0.14 + \left(\frac{-31}{30}\right) \times 0.04$

$= 0.14 + (-0.04133)$

$= 0.14 - 0.041$

$= 0.099$

वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO) की सान्द्रता का माध्य = 0.099

Q8. किसी कक्षा अध्यापिका ने पुरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विधार्थियों कि अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड (record) की | एक विधार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए :

दिनों की संख्या	0 - 6	6 - 10	10 - 14	14 - 20	20 - 28	28 - 38	38 - 40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

हल :

दिनों की संख्या	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
0 – 6	11	3	– 14	– 154
6 –10	10	8	– 9	– 90
10 – 14	7	12	– 5	– 35
14 – 20	4	a = 17	0	0
20 – 28	4	24	7	28
28 – 38	3	33	16	48
38 – 40	1	39	22	22
Total	$\Sigma f_i = 40$			– 181

कल्पित माध्य विधि (Assume mean Method) से

$\Sigma f_i d_i = -181$, $\Sigma f_i = 40$ और $a = 17$,

माध्य ($\overline{X}$) = $a + \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= 17 + \frac{-181}{40}$

$= 17 + (-4.525)$

$= 12.475$

$= 12.48$

विद्यार्थी की अनुपस्थित का माध्य = 12.48 दिन

Q9. निम्नलिखित सारणी 35 नगरों कि साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है | माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए :

साक्षरता दर (% में)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

हल :

साक्षरता दर (%) में	नगरों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{di}{h}$, $h = 10$	$f_i d_i$
45 – 55	3	50	– 20	– 2	– 6
55 – 65	10	60	– 10	– 1	– 10
65 – 75	11	a = 70	– 0	0	0
75 – 85	8	80	10	1	8
85 – 95	3	90	20	2	6
Total	35				– 2

पग-विचलन विधि (Step-deviation Method) से माध्य :

$\Sigma f_i u_i = -2$, $\Sigma f_i = 35$, $h = 10$, $a = 70$

पग-विचलन विधि के सूत्र में उपरोक्त मानों (values) को रखने पर

माध्य $(\bar{X}) = a + \left(\frac{\sum fiui}{\sum fi}\right) \times h$

$= 70 + \left(\frac{-2}{35}\right) \times 10$

$= 70 + \left(\frac{-4}{7}\right)$

$= 70 + (-0.57)$

$= 70 - 0.57$

$= 69.43$

अत: माध्य साक्षरता दर = 69.43 %